



TITLE:

# 最適計画の理論

AUTHOR(S):

浅沼, 萬里

---

CITATION:

浅沼, 萬里. 最適計画の理論. 經濟論叢 1969, 104(2): 120-131

ISSUE DATE:

1969-08

URL:

<https://doi.org/10.14989/133351>

RIGHT:

# 經濟論叢

第104卷 第2号

「経済学のありかた」特集

---

歴史学と「民主主義」	尾崎芳治	1
都市の論理と非論理	島恭彦	17
貧乏と経済学	岸本英太郎	28
近代科学と人間	石田傳	40
経済学研究のあり方と民主主義的共同研究体制	森岡孝二	51
経営学	田杉競	61
最適計画の理論	浅沼万里	70

---

昭和44年8月

京都大學經濟學會

## 最適計画の理論

浅 沼 萬 里

### I

経済機構のはたらきを分析・記述する作業は、なんらかの基準に照らしてそのはたらきを評価する作業を、メダルの裏面として持っている。そして後者は、ある基準に照らして最適の、もしくは現状より最適に近づいた機構を、構想・設計するという作業領域を、未来への反射として持つだろう。

このように抽象的にのべたかぎりでは、この三つの部面は、経済学や経営学のあらゆる学派、あらゆる部門に、それぞれの形で存在するであろう。しかし、三つの部面を、その区別と連関をもっとも明瞭にみてとることができる形で生い育ててきたのは、価格と配分の理論——いわゆるミクロ経済学——の分野である。ここでは、歴史的にいて、第1の部面は、競争理論として、競争均衡の問題を焦点におきながら、展開されてきた。第2の部面は、厚生経済学として、パレート最適の概念を中心に、展開されてきた。第3の部面は、一方では、資本主義の下での独占や外部経済・不経済などに対する統制の理論として、他方では、社会主義の経済理論として、現われてきた。

価格と配分の理論という分野において三つの部面の区別と連関をもっとも明瞭な形でみることができるのは、この分野では、歴史の早い段階から、明示的な数学モデルの定式化が志向されてきたからであり、なかならず最適化の数学理論がビルト・インされてきたからである。この明示的な媒介物があるために、この分野はまた、たとえばオペレーションズ・リサーチのような、伝統的な経済学の流れの外に生成した領域からのインパクトをうけて発展し、また本来その守備範囲と常識的に考えられていた範囲をこえて、一方では企業の内部へ、他方では経済体制の問題へ滲透してゆく傾向をもつのである。

以下では、前記の第3の部面に力点をおきつつ、価格と配分の理論の発展の歴史の中の一つの水脈をたどろうと思うが、それは主として、前段でのべたような発展のダイナミズムを、いますこし具体的に観察し、あわせて今後の発展方向を展望するためである。

## II

厚生経済学は、「効率的生産」、「パレート最適」というような、いくつかの、経済状態に対する評価基準となる概念を、発展させてきた。便宜上、パレート最適の定義から、出発することにする。

パレート最適という概念は、現代の用語を先どりして、社会にとっての一つの非線型計画問題の解として把握することによって、もっとも明瞭に理解することができる。

一つの社会を、技術と選好の構造が変わらないある一定期間について考える。それぞれ一定数の消費者＝家計と、生産者＝企業とが、経済活動の主体である。一定数の財があり、その中には生産物のほかに、労働、土地用役などその期間内に生産過程で産出されない基本的生産要素が含まれる。これらすべての財の上に、各消費者の効用関数が定義される。各企業の生産技術は、各財の投入産出量に関係づける生産関数を境界とする生産可能点集合によって表わされる。期首に、消費者は、各財を一定量保有しており、これが、社会にとっての資源制約を形成する。問題は、資源の利用可能量と、生産技術、および各財の需給バランスを制約条件として、すべての消費者の効用水準を、ベクトルの意味で最大にすること——すなわち、それにくらべて、どの消費者の効用水準も同等以上で少なくとも一人の消費者の効用水準が確実に上であるような状態が可能でない、効用水準の組合せに到達すること——である。

このような組合せは、ただ一つではなく、諸個人の効用を座標軸にとった空間において一つの曲面（フロンティア）を形成する。パレート最適という基準からさらに進んで諸個人の効用の組合せに対する社会の価値判断をスカラー値で

示す社会的厚生関数という概念を導入し、その最大化をはかれば、フロンティア上の一つまたはいくつかの点を特定できる。このとき、問題は、形式上、まったく標準的な非線型計画の問題となっている。

### Ⅲ

さて、社会にとっての最大化問題という、いわば社会主義経済の計画当局がただちに直面するであろう問題を考察することは、パレートやバローネ以来の歴史をもっている。

いま、パレート最適という基準それ自体はさしあたりこれ以上問題とせず、これが社会にとっての目的関数として承認されたものとしよう。このとき、社会にとっての問題を一つの非線型計画問題として定式化することは、形式的には可能であっても、実質的にデータを入れ、数値解を求めることはきわめて困難もしくは不可能であろう。それは、第1に、消費者や企業の選好、技術および資源に関するすべての情報を中央に集中することの困難性もしくは不経済性、第2に、ぼう大な量の計算の実施不可能性に、もとづく。

他方、競争機構においては、個々の主体の選好や技術にかんする情報は主体の間をトランスファーされることなく、価格だけが、それらを反映しつつ、経済活動の媒介となる。少なくとも情報と計算のコストという点で、競争機構は安上りの機構であると思われる。そこで、もし、競争機構が、結果として、パレート最適に到達しうることがわかれば、それは、一つの啓示となるだろう。

各経済主体は、価格を与件として行動するものと想定する。消費者は予算の制約下で効用を最大化し、企業は生産技術の制約下で利潤を最大化すると仮定する。各企業は消費者に分与され、利潤はシェアに応じて分配される。消費者の予算は、期首に保有している財の売価と、配当からなる。各財の価格は、超過需要の正負にしたがって上下する。このとき、すべての財の需給が均衡するような価格体系が存在すれば、競争均衡が存在するとよばれる。また、もし任意の価格体系から出発して、上の図式に含まれている調整過程をくりかえすう

ちに、しだいに均衡に収束してゆくならば、競争機構は安定的であるという。

効用関数と生産関数が、数学的に、連続・増加・かつ凹関数という性質をみだすとき、競争均衡が存在し、かつ「すべての競争均衡はパレート最適であり、すべてのパレート最適な競争均衡である」という命題がなり立つことがわかってゐる。また、凹関数というところを、「強い意味での」凹関数と書きかえれば、競争均衡は安定であることがわかってゐる。

経済学的には、効用関数が凹〔強く凹〕ということは、ほぼ、限界効用非逓増〔逓減〕という意味をもち、生産関数が凹〔強く凹〕（生産可能点集合としては凸〔強く凸〕）ということは、収穫非逓増〔逓減〕——いわゆる規模の利益が存在しないこと——を意味する。そこで、一つの経済の選好と技術がこのような構造を持つとき、競争は、しだいに均衡に近づき、その均衡は、パレート最適という意味をもちうることが保証されることになる。

#### IV

ロシア革命の直後から、スペイン内乱の前後にかけて、「社会主義経済計算論争」が展開された。ミーゼスは、資本財の私有が廃止されると資本財について価格が成立せず、したがって経済計算の合理的基礎がなくなるという論拠から、また、ハイエクとロビンズは、中央計算の実行困難性という論拠から、社会主義経済の合理的運営の可能性を否定した。これに対してランゲは、いわゆる「競争的解決」をもって答えた。

ランゲの社会主義は、基本的に、前記の競争機構に一連の修正を加えたものとして理解できる。消費財と労働は、依然、市場で取引されてよい。しかし、土地、資本財その他の生産手段は社会的所有に移され、これらについての市場はなくなる。企業は、社会的に所有される生産単位となり、その管理者は、当局の定める形式的ルールにしたがいつつ決定を行う。それは、価格を所与とみなし生産物価格と限界費用とが一致する点に、産出量を定めよというもので、収穫逓減の技術の下では、利潤最大化のルールに一致する。中央計画局は、諸

生産手段を掌握し、暫定的に計算価格をつけ、各生産単位からの需要の総計と、利用可能量とをくらべて、超過需要の正負に応じて、計算価格を上下させる。こうして、市場価格と計算価格とからなる価格体系が、消費者と生産管理者のガイドとなり、試行錯誤的な調整過程をへながら、経済はパレート最適に到達する。ランゲは、ミーゼスに対しては、資源配分の合理性を保証するためには市場価格がなくとも計算価格があればよいと答え、ハイエクとロビンズに対しては、競争機構の換骨奪胎をもって答えたのである。

## V

試行錯誤過程の一般的な適用可能性を示すために、ランゲは、もう一つの型の社会主義をも描写した。そこでは、消費についても労働についても、もはや市場を介する自由選択が許されず、当局が割当を行う。いまや、すべての財について市場価格は存在せず、計算価格ばかりになる。最大化されるものは、諸個人の効用水準のベクトル（もしくは個人主義型の社会的厚生関数）ではなく、諸財の最終的な利用可能量に対応して値をとる中央計画局の選好関数である。この場合にも、計算価格は、当局が市場を模倣した調整機能をいとなむことによって定まり、その動きをガイドとしながら、全経済は、試行錯誤的に、最適状態に向ってゆく。

このスキームは、厚生経済学が、パレート最適の概念と並行して彫琢してきたもう一つ概念、すなわち、効率的生产の概念と、密接に関連している。

パレート最適の非線型計画問題の枠組から、消費者の側面を除去する。各財の期首の存在量は、直接に社会にとっての資源となり、諸個人の効用関数を媒介として供給もしくは自家消費されるものではなくなる。与えられた資源の利用可能量と、生産技術と、各財の投入産出バランスとを制約条件として、諸生産物の純産出量をベクトルの意味で最大化するという非線型計画問題が立てられるであろう。この問題の解は、ただ一つではなく、財の純産出量を座標軸とする空間で一つの曲面（フロンティア）を形成する。諸生産物の純産出量に対応

してスカラー値をとる社会の選好関数を設定し、その最大化をはかれば、フロンティア上の一つまたはいくつかの点がえらび出される。

ランゲの第二の社会主義のスキームは、今日のことばでいえば、この最適生産の非線型計画問題を、試行錯誤的過程で解くことを中核にするものだとおいてさしつかえないであろう。

## VI

ランゲの青写真はさしあたり現実に適用される場を持たなかったが、第二次大戦は、資本主義のアメリカで、経済計画編成の実際的用具の開発をうながした。レオンチェフの産業連関分析を一般化することを着眼点として、ダンチックらの応用数学者たちが線型計画法を開発した。

これは、さきにのべた最適生産の計画問題の、スペシャル・ケースを、計算によって解くものである。生産技術が、投入産出関係を固定係数で表示するベクトルによって表わされ、目的関数が1次式で表わされるという点だけが、特殊である。

だが、この特殊化は、理論と応用の両面における強力な前進を媒介するものとなった。

第一に、従来の経済理論は、たとえ微積分と古典的ラグランジュ乗数法によって数学的表現をえたとしても、それは質的諸結論を導くためにすぎなかったが、線型計画法は、計算機の発展とあいまって、実際的数値計算が可能であった。そのため、中央計画のレベルはさておき、輸送機関や石油精製業などにおける計画編成に、ただちに入りこんでいった。

第二に、経済学者の目を、より強力な数学理論——集合と位相の理論——に開かせた。これによって、変数の非負性、不等式制約、大域的な最大など、経済学的により自然な条件を織りこみつつ、より厳密で透徹した様式をもって、価格と配分の理論の三部面のすべてが再構成されてゆくことになったのである。



## VII

一般化された線型計画問題の構造を一つの経済のモデルにほんやくする作業がタープマンズによって行われた。伝統的な生産関数に代ってベクトルが一つの生産単位を表現する世界において、効率的生産のフロンティアの概念が再現する。このフロンティアの各点には、その点を他の生産可能点から分離する超平面の、外向き法線ベクトルが対応し、このベクトルを諸財の評価として解釈しうることが明らかになった。この、フロンティアに内在する「潜在価格」体系は、それを用いて計算した各生産単位の純利潤が非正、操業さるべき生産単位の純利潤がゼロになるという点で、長期競争均衡における市場価格体系と同じ性質をもっている。したがって、線型計画問題の最適解は、事後的な性質としては、ランゲの社会主義スキームにあったような「ルール」と矛盾しないことが明らかにされた。

しかし、任意の価格体系から出発した試行錯誤的な調整過程が最適解に収束するという、動学的な性質が保証されなければ、実践的な意味はとぼしい。ランゲの段階では、このことは厳密に証明されたわけではなく、また線型計画タイプのモデルについては、直接には証明困難であった。

## VIII

1951年にキューンとタッカーは、非線型計画問題の解の性質を明らかにし、かつ非線型計画問題が鞍点問題と等価になるための条件を明らかにした。

アロウとハーヴィッツは、この結果と、極値解法の一つである gradient 法とを結びつけて、最適生産の非線型計画問題の、分権的な逐次調整過程としての解釈が可能な、解法を確立した（この仕事には宇沢弘文も寄与している）。ランゲの直観的な青写真は、少なくともその第二のスキームについて、ほぼ四半世紀のうちに、厳密な数学的裏づけを得たのである。

他方、1960年にダンチヒとウルフは、ある型の巨大な線型計画問題を解く

ための分解原理を開発したが、この計算法は、やはり社会にとっての最適生産問題を、ある意味で分権的に解く一つの機構にほんやくできる。ここでは中央計画局は単なる市場類似の機能よりも積極的な機能をはたし、各生産単位の自主的決定権の度合はやや制限されるが、すべての情報が中央に集中される必要はなく、計算も少量ですむのである。

フランスの経済計画に問題意識を触発されながら、マランボーが、この結果をとり上げ、非線型に一般化した。かれによれば、この方向の方が、計画作成の用具としては、ランゲやアロウらのような、市場模倣的な機構よりすぐれているのである。

ハンガリーの計画経済の模索の中から、分解原理が解こうとするものとまったく同じタイプの問題が析出されてきたことは興味ぶかい。コーナイとリプタクは、ハンガリーにおける従来の中央計画が諸生産単位の実情と緊密な関連をもっていないという状況を打開するために、中央レベルの最適化計算と各生産単位の最適化計算とをリンクさせながら、しかも情報の完全集中を要求しない計画作成法を開発した。「二水準計画法」とよばれるこの方法は、ゲーム理論を応用したものであり、分解原理とくらべて、解の手続は同じではなく、中央と諸生産単位の間でやりとりされる情報の内容に価格対物量というようなコントラストがあるけれども、解こうとする問題自体の数学的構造は同じである。

## IX

厚生経済学は、戦前から、競争機構がパレート最適に到達することをさまざまのいくつかの要因に気づいていた。そのうちもっとも重要なものは、生産技術における収穫逓増の現象（いわゆる規模の利益の問題）である。生産単位の技術がこのような性格のものであるとき、資本主義の下では独占の成立がもたらされ、独占企業が利潤最大化を追求するならば、パレート最適はもはや保証されない。逆に、社会の最適を至上命令としてランゲ的な「価格＝限界費用」のルールを強制するならば、収穫逓増の技術をもった生産単位には利潤最大化が

許されず、それどころか、この生産単位は利潤が負の点（場合によっては利潤最小点）で操業しなければならない。要するに、収穫逦増の技術とともに、アトミスティックな完全競争の世界、もしくはそれを社会主義におきかえた世界で保証されるような、個別主体の最大化行動と社会的最適との幸福な一致はくずれるのである。消費者の側面を捨象した効率的生産の観点からしても事情は同じである。

現実の経済における巨大企業の比重を考えると、うたがひもなく資本主義と社会主義の両体制を通じて収穫逦増の問題は第一級の重要度をもっているが、戦後の数理経済学的发展の中で、この問題へのとりくみはきわめてとぼしかった。それは、経済学者の現実感覚の貧しさのためよりも、より多く数学的困難性のためである。線型計画法をはじめ、戦後の数理経済学の達成の多くは、凸集合の諸性質に依拠している。だが、収穫逦増の場合には、生産可能点集合が凸でなくなるので、数学的処理が困難になるのである。

さきに挙げたアロウ＝ハーヴィッツの仕事の一つの重要な寄与は、収穫逦増の場合についても、情報の必要量が小さく、分権度の大きい、社会的最適達成の機構を提示し、一応の解決を与えていることにある。

青木昌彦は、この礎石の上に立ちつつ、さらにコーナイ＝リプタクの仕事の示唆する方向をもとりいれて、より洗練された機構を提示した。これは、中央による資金配分をコントロールのてこにおく、中央統制と自治との結合された機構であって、予想価格の公示をてことするアロウらの機構よりも、社会主義国の投資計画や、事業部制の巨大会社の投資決定との関連において、より自然な構想だといえるであろう。

## X

競争機構の「挫折」をもたらすもうひとつの重要な要因は、外部経済〔または外部不経済〕とよばれてきた現象である。もつとも、ひとしくこの名でよばれるものの中には、他の産業部門の伸長や社会的間接資本の投下が、やがてあ

る企業や産業の費用をおし下げ利潤を増加させるというような、価格機構を媒介として現われる効果と、そうでないものがまじっている。ここで問題となるのは後者で、ある企業の生産関数に、他の企業の活動の効果が、市場機構を媒介にせず直接に入りこむ場合である。社会的な観点からは、この正・負の効果を考慮しなければならないが、企業が行動に当って手引きとする価格はこうした効果を反映しないので、競争機構は社会的最適に到達しえない。この問題は、形式的には、無償であった効果に価格をつけるか、両企業を統合するなどの措置によって一応解消するが、現実には、価格づけが困難な場合が多いし、企業合併は、寡占または独占の成立をうながす可能性が大きいであろうが、寡占や独占が成立すれば、あらたな形で困難がふたたび現われることになる。

このような外部経済・不経済は、生産単位の技術の独立性を失わせる。凸集合の性質に依拠した現代的接近は、従来ほとんどこの現象をカバーしえていない。むしろ限界分析によって、おおむね質的な諸結論の次元で、いくらかの成果が得られている。

この問題の処理においては、技術的相互依存関係の数学的処理もさることながら、根本的には、さきにすこしふれたように、環境や制度のアレンジメントもしくは生産単位の設定のしかた自体を、決定の与件ではなく変数とする視角が要請されるとともに、不完全競争など他の問題との連関が十分注意されなければならないだろう。

## XI

これまで、技術と選好の構造が変らない静学的な世界を念頭においた最適化の諸問題を見てきた。そこでは、最適化の基準も、パレート最適もしくは効率的生産（あるいは最適生産）というような静学的な概念であった。

動学的最適化の部面でも、戦後、多くの業績が生み出されている。産業連関分析と線型計画法の動学化の方向には、「ターンパイク定理」をめぐる諸業績がある。クープマンズのアクティビティ・アナリシスは、マランボーによって

視界を無限の遠方におく異時点間資源配分のモデルに拡張され、効率的生産に対応する潜在価格体系は利子率を含むものに拡張された。社会的最適と個別生産単位の最大化行動との両立性にかんするクープマンズの命題は、生産可能点集合の凸性を前提にして、「純現在価値最大化」のルールの下で再現される。

しかし、たとえばマランボーのモデルが、はるか将来にいたるまで生産技術が確定的に知られていることを仮定していることが物語るように、現実の経済の真の動態性と、従来の動学理論の達成との間には、なお大きなギャップがあるといわなければならない。

この点で注目されるのは、最近ようやく企業成長理論が本格的に追究されようとしていることである。経済における動態的要素の基軸をになうものは企業だからである。クープマンズ以来、戦後の業績の多くは、消費の面を除去した最適生産モデルについてなされてきた。したがって、論理的には、それらは、国の中央計画と同様、あるいはそれ以上に、事業部制の巨大企業にもあてはまることが主張されてきた。だが現実には、より企業の現実に近い立場から書かれている管理経済学 (managerial economics) の文献と、本稿で見てきたような種類の最適計画の諸研究の間の交わりは、なお少ないことは否めない。最適計画の理論において従来やや機械的に処理されてきた生産単位=企業の問題が、より動態的な視点からとらえなおされることによって、両者はより高い次元で統合されてゆくことになるであろう。そのとき、かつてランゲに、動態の視点からハイエクが加えた批判のいくつかも、答を見いだすことになるであろう。

### 参 考 文 献

- [1] Aoki M., A Planning Procedure Under Increasing Returns, *Research Paper*, Vol. 1, No. 1 (Harvard Economic Research Project), 1969.
- [2] Arrow, K. J. and L. Hurwicz, Decentralization and Computation in Resource Allocation, in R. W. Pfouts (ed.), *Essays in Economics and Econometrics*, 1960.
- [3] 浅沼萬里, 分解原理と分権管理, 「経済論叢」第99巻第3号, 昭和42年3月。

- [4] 浅沼萬里, 分権管理と潜在価格, 「経済論叢」第102巻第1号, 昭和43年7月。
- [5] Bator, F. M., "The Simple Analytics of Welfare Maximization", *American Economic Review*, XIV (Mar. 1957), 22-59.
- [6] ditto, "The Anatomy of Market Failure", *Quarterly Journal of Economics*, (August 1958), 351-379.
- [7] Bergson, A., Socialist Economics, in H. S. Ellis (ed.), *A Survey of Contemporary Economics*, 1948.
- [8] Dantzig, G. B., *Linear Programming and Extensions*, 1963.
- [9] 稲田献一「新しい経済学」昭和40年。
- [10] Koopmans, T. C., Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities, in T. C. Koopmans(ed.), *Activity Analysis of Production and Allocation*, 1951, 33-97.
- [11] Kornai, J., Mathematical Programming of Long-Term Plans in Hungary, in [18], 211-231.
- [12] Kuhn, H. W. and A. W. Tucker, Nonlinear Programming, in J. Neyman(ed.), *Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, 1951, 481-492.
- [13] 熊谷尚夫「近代経済学」, 第9章, 昭和31年。
- [14] 熊谷尚夫「経済政策原理」昭和39年。
- [15] Lange, Oscar, On the Economic Theory of Socialism, in B. J. Lippincott (ed.), *On the Economic Theory of Socialism*, 1938.
- [16] Malinvaud, E., "Capital Accumulation and Efficient Allocation of Resources", *Econometrica*, Vol. 21, No. 2 (April 1953), 233-268.
- [17] ditto, Decentralized Procedures for Planning, in [18], 170-208.
- [18] Malinvaud, E. and M. O. L. Bacharach (ed.), *Activity Analysis in the Theory of Growth and Planning*, 1967.
- [19] Marris R., *The Economic Theory of Managerial Capitalism*, 1964.
- [20] 根岸隆「価格と配分の理論」昭和40年。